

год начала подготовки 2019

АНО ВО «Российский новый университет»

**Елецкий филиал Автономной некоммерческой организации высшего
образования «Российский новый университет»
(Елецкий филиал АНО ВО «Российский новый университет»)**

кафедра прикладной экономики и сферы обслуживания

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля)

Линейная алгебра

(наименование учебной дисциплины (модуля))

38.03.01 Экономика

(код и направление подготовки/специальности)

Финансы и кредит

(код и направление подготовки/специальности, в случаях, если программа разработана для разных направлений подготовки/специальностей)

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) рассмотрена и утверждена на заседании кафедры « 22» января 2019, протокол № 5/1.

Заведующий кафедрой Прикладной экономики и сферы обслуживания

(название кафедры)

к.п.н., доцент Гнездилова Н.А.

(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы, подпись заведующего кафедрой)

Елец
2019 год

1. НАИМЕНОВАНИЕ И ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра» является:

Обеспечение профессионального образования, способствующего социальной, академической мобильности, востребованности на рынке труда, успешной карьере, сотрудничеству.

Формирование у обучающихся систематизированных профессионально значимых знаний по линейной алгебра и профессиональных умений и навыков, необходимых бакалавру экономики.

Изучение учебной дисциплины направлено на развитие у студентов навыков использования методов линейной алгебры при решении экономических задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП БАКАЛАВРИАТА

Учебная дисциплина «Линейная алгебра» относится к базовой части учебного плана (Б1.Б.06).

Содержание учебной дисциплины тесно связано с логикой и содержанием других изучаемых дисциплин: математический анализ, информатика, которые образуют группу наук, составляющих теоретическое основание отраслевых экономических наук; формируют значительную часть понятийного аппарата экономики.

Дисциплина «Линейная алгебра» является необходимой базой для последующего освоения дисциплин основной образовательной программы таких как: «Микроэкономика», «Макроэкономика», «Статистика» и др.

Дисциплина изучается на заочной форме обучения на 1 курсе в 1-2 семестре и на 2 курсе в 1-м семестре.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП

В результате освоения дисциплины обучающийся должен овладеть следующими компетенциями:

ОПК-3 Способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты и обосновать полученные выводы.

Планируемые результаты освоения компетенций

Компетенция	Показатели (планируемые) результаты обучения
ОПК-3 Способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты и обосновать полученные выводы.	<u>Владеть:</u> -навыками выбора инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; В1(ОПК-3) -навыками анализа результатов и обоснования полученных выводов при обработке экономических данных; В2(ОПК-3) -методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов; В3(ОПК-3) - владение навыками логического мышления для выработки системного взгляда на проблемы профессиональной деятельности; В4(ОПК-3) <u>Уметь:</u> -применять инструментальные средства, используемые для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; У1(ОПК-3) -анализировать результаты и обосновывать полученные выводы при обработке экономических данных в соответствии с поставленной задачей; У2(ОПК-3) -применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач; У3(ОПК-3)

	- ясно и непротиворечиво использовать понятийный аппарат; У4(ОПК-3)
	<u>Знать:</u> - инструментальные средства, используемые для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; 31(ОПК-3) - способы анализа результатов и обоснования полученных выводов при обработке экономических данных в соответствии с поставленной задачей; 32 (ОПК-3) - основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач; 33 (ОПК-3) - различные приемы и операции, используемые при формировании понятий, в процессе рассуждения и умозаключения, а также правил употребления языковых выражений; 34 (ОПК-3)

**4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С
УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА
КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ
УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Дисциплина предполагает изучение 8 тем. Общая трудоемкость дисциплины составляет 4зачетных единицы (144 часа).

Общий объем учебной дисциплины

№	Форма обучения	Семестр/ сессия, курс	Общая трудоемкость		в том числе контактная работа с преподавателем						СР	Контроль	
			в з.е.	в часах	Всего	Л	Сем	КоР	зачет	Конс			экзамен
1.	Заочная	1 сессия, 1 курс	1	36	4	4						32	
		2 сессия, 1 курс	1	36	12	4	6	1,7	0,3			20,3	3,7
		1 сессия, 2 курс	2	72	8		4	1,6		2	0,4	57,4	6,6
<i>Итого:</i>			<i>4</i>	<i>144</i>	<i>24</i>	<i>8</i>	<i>10</i>	<i>3,3</i>	<i>0,3</i>	<i>2</i>	<i>0,4</i>	<i>109,7</i>	<i>10,3</i>

**Распределение учебного времени по темам и видам учебных занятий
Заочная форма**

№№	Наименование разделов, тем учебных занятий	Всего часов	Контактная работа с преподавателем						СР	Контроль	Результаты обучения	
			Всего	Л	Сем	КоР	зачет	Конс				экзамен
<i>Раздел 1: Информация и информационные процессы</i>												
1.	Элементы теории множеств.			1						8		В1(ОПК-3) В2(ОПК-3) У1(ОПК-3) У2(ОПК-3) 31(ОПК-3) 32(ОПК-3)
2.	Алгебры.			1						8		В3(ОПК-3) В4(ОПК-3) У3(ОПК-3) У4(ОПК-3) 33(ОПК-3) 34(ОПК-3)
3.	Система действительных чисел и поле комплексных чисел.			1						8		В1(ОПК-3) В2(ОПК-3) У1(ОПК-3) У2(ОПК-3) 31(ОПК-3) 32(ОПК-3)
4.	Векторные пространства.			1						8		В3(ОПК-3) В4(ОПК-3)

											У3(ОПК-3) У4(ОПК-3) З3(ОПК-3) З4(ОПК-3)
5.	Матрицы и определители.			1	2					10	В1(ОПК-3) В2(ОПК-3) У1(ОПК-3) У2(ОПК-3) З1(ОПК-3) З2(ОПК-3)
6.	Системы линейных уравнений.			1	4					10,3	В3(ОПК-3) В4(ОПК-3) У3(ОПК-3) У4(ОПК-3) З3(ОПК-3) З4(ОПК-3)
7.	Линейные отображения.			1	2					28	В1(ОПК-3) В2(ОПК-3) У1(ОПК-3) У2(ОПК-3) З1(ОПК-3) З2(ОПК-3)
8.	Системы линейных неравенств.			1	2					29,4	В3(ОПК-3) В4(ОПК-3) У3(ОПК-3) У4(ОПК-3) З3(ОПК-3) З4(ОПК-3)
9.	Промежуточная аттестация (зачёт)					1,7	0,3			3,7	
10.	Промежуточная аттестация (экзамен)					1,6	2	0,4		6,6	

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ

№ п/п	Наименование раздела, темы учебной дисциплины	Содержание раздела, темы
1	2	3
1	Элементы теории множеств.	<p>Множество. Подмножество. Операции над множествами и их основные свойства. Диаграммы Эйлера-Венна. Понятие упорядоченной пары. Прямое произведение двух (нескольких) множеств. Бинарные (n-арные) отношения. Представление конечных бинарных отношений графами. Отношение эквивалентности; разбиение множества на классы эквивалентности, фактор-множество. Отношение порядка. Понятие функции (отображения). Композиция функций.</p> <p>Литература: Обязательная :1-3 Дополнительная: 4-8.</p>
2	Алгебры.	<p>Алгебраические операции. Понятие алгебры как множества с алгебраическими операциями. Подалгебры. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр. Полукольцо натуральных чисел. Метод математической индукции. Понятие группы, кольца. Подкольца. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец.</p> <p>Литература: Обязательная :1-3 Дополнительная: 4-8.</p>
3	Система действительных чисел и поле комплексных чисел.	Поле, примеры полей. Поле рациональных чисел. Понятие алгебраической системы как множества с операциями и

		<p>отношениями. Упорядоченное поле. Система действительных чисел; простейшие свойства действительных чисел.</p> <p>Поле комплексных чисел. Понятие числового поля; наименьшее подполе числового поля. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.</p> <p>Литература: Обязательная :1-3 Дополнительная: 4-8.</p>
4	Векторные пространства.	<p>Понятие векторного пространства, примеры; арифметическое векторное пространство. Подпространство; линейная оболочка множества векторов. Сумма и прямая сумма подпространств. Понятие линейного многообразия.</p> <p>Линейная зависимость и независимость системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Координатная строка (столбец) вектора относительно данного базиса. Размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.</p> <p>Евклидово векторное пространство. Ортогональная система векторов. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса, процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение к подпространству.</p> <p>Норма вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированный базис евклидова пространства.</p> <p>Литература: Обязательная :1-3 Дополнительная: 4-8.</p>
5	Матрицы и определители.	<p>Матрицы. Операции над матрицами, их свойства. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду; вычисление ранга матрицы. Обратимые матрицы. Элементарные матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.</p> <p>Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы. Вычисление обратной матрицы при помощи присоединённой.</p> <p>Литература: Обязательная :1-3 Дополнительная: 4-8.</p>
6	Системы линейных уравнений.	<p>Системы линейных уравнений. Понятие следствия системы уравнений. Равносильные системы уравнений и элементарные преобразования системы. Векторная форма записи линейных уравнений.</p> <p>Система однородных линейных уравнений; условия существования нетривиальных решений. Пространство решений системы однородных уравнений, его базис. Неоднородная система линейных уравнений; линейное многообразие решений.</p> <p>Критерий совместности системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Запись и решение системы n линейных уравнений с n переменными в матричной форме. Правило Крамера.</p> <p>Условие, при котором однородная система n однородных линейных уравнений с n переменными имеет нетривиальные решения.</p> <p>Литература: Обязательная :1-3 Дополнительная: 4-8.</p>
7.	Линейные отображения.	<p>Линейные отображения векторных пространств; примеры. Ядро и образ линейного отображения. Матрица линейного оператора.</p>

		<p>Связь между координатными столбцами векторов \vec{x} и $\varphi(\vec{x})$. Связь между координатными столбцами вектора относительно различных базисов. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов; подобие матриц. Сопряжённый оператор. Сопряжённая матрица. Самосопряжённые операторы и симметричные матрицы. Ортогональные матрицы. Обратимые линейные операторы. Понятие линейной алгебры; примеры. Алгебра линейных операторов векторного пространства. Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры. Собственные векторы и собственные значения. Характеристическое уравнение. Линейные операторы с простым спектром. Условия, при которых матрица подобна диагональной матрице. Понятие о квадратичных формах. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Литература: Обязательная :1-3 Дополнительная: 4-8.</p>
8.	Системы линейных неравенств.	<p>Основные понятия. Системы однородных линейных неравенств. Следствия системы однородных неравенств (теорема Минковского). Критерий несовместности системы линейных неравенств. Стандартные и канонические задачи линейного программирования. Допустимые и оптимальные векторы. Теорема двойственности (без доказательства). Понятие о симплекс-методе. Литература: Обязательная :1-3 Дополнительная: 4-8.</p>

Планы практических занятий

Тема 1. Элементы теории множеств.

1. Множество. Подмножество. Операции над множествами и их основные свойства. Диаграммы Эйлера-Венна.

2. Понятие упорядоченной пары. Прямое произведение двух (нескольких) множеств. Бинарные (n-арные) отношения. Представление конечных бинарных отношений графами. Отношение эквивалентности; разбиение множества на классы эквивалентности, фактор-множество. Отношение порядка. Понятие функции (отображения). Композиция функций.

Тема 2. Алгебры.

1. Алгебраические операции. Понятие алгебры как множества с алгебраическими операциями. Подалгебры. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр.

2. Полукольцо натуральных чисел. Метод математической индукции.

3. Понятие группы, кольца. Подкольца. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец.

Тема 3. Система действительных чисел и поле комплексных чисел.

1. Поле, примеры полей. Поле рациональных чисел. Понятие алгебраической системы как множества с операциями и отношениями. Упорядоченное поле. Система действительных чисел; простейшие свойства действительных чисел.

2. Поле комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.

Тема 4. Векторные пространства.

1. Понятие векторного пространства, примеры; арифметическое векторное пространство. Подпространство; линейная оболочка множества векторов. Сумма и прямая сумма подпространств. Понятие линейного многообразия.

2. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Координатная строка (столбец) вектора

относительно данного базиса. Размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.

3. Евклидово векторное пространство. Ортогональная система векторов. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса, процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение к подпространству.

4. Норма вектора. Ортонормированный базис евклидова пространства.

Тема 5. Матрицы и определители.

1. Матрицы. Операции над матрицами, их свойства. Приведение матрицы к ступенчатому виду; вычисление ранга матрицы. Обратимые матрицы. Вычисление обратной матрицы.

2. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Вычисление обратной матрицы при помощи присоединённой.

Тема 6. Системы линейных уравнений.

1. Метод Гаусса.

2. Запись и решение системы n линейных уравнений с n переменными в матричной форме.

3. Правило Крамера.

Тема 7. Линейные отображения.

1. Линейные отображения векторных пространств; примеры. Ядро и образ линейного отображения. Матрица линейного оператора.

2. Связь между координатными столбцами векторов \vec{x} и $\varphi(\vec{x})$. Связь между координатными столбцами вектора относительно различных базисов. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов; подобие матриц.

3. Обратимые линейные операторы.

4. Собственные векторы и собственные значения. Характеристическое уравнение. Линейные операторы с простым спектром.

Тема 8. Системы линейных неравенств.

1. Стандартные и канонические задачи линейного программирования. Допустимые и оптимальные векторы.

2. Понятие о симплекс-методе.

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Контроль самостоятельной работы студента осуществляется в форме:

изучения:

- первоисточников,
- определений и теорем,
- терминологии,

ответов:

- на вопросы для самопроверки,

подготовки:

- домашних заданий,

решений:

- заданий.

6.1. Задания для приобретения, закрепления и углубления знаний

6.1.1 Основные категории учебной дисциплины для самостоятельного изучения:

Множество. Алгебра. Группа. Метод математической индукции. Кольцо. Поле. Система действительных чисел. Комплексные числа. Векторное пространство. Матрица. Определитель. Система линейных уравнений. Метод Гаусса. Линейный оператор. Система линейных неравенств.

6.2. Задания для повторения и углубления приобретаемых знаний.

Задание 6.2.1. 31(ОПК-3)

Что такое бинарное отношение? Какое отношение называется отношением эквивалентности? Что такое фактор-множество?

Задание 6.2.2. 32(ОПК-3)

Какое бинарное отношение называется отношением нестрогого линейного порядка?

Задание 6.2.3. 33(ОПК-3)

Что называется абелевой группой?

Задание 6.2.4. 34(ОПК-3)

Что такое мультипликативная группа?

6.3. Задания, направленные на формирование профессиональных умений:

Задание 6.3.1. У1(ОПК-3)

Используя свойства упорядоченного поля, докажите, что

$$\forall(x, y \in \mathbb{R}): (x > 0 \wedge y > 0 \Rightarrow x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2) .$$

Задание 6.3.2. У2(ОПК-3)

Используя свойства упорядоченного поля, докажите, что

$$\forall(a, b \in \mathbb{R}): (a > 0 \wedge b > 0 \Rightarrow \frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}) .$$

Задание 6.3.3. У3(ОПК-3)

Вычислить $\sqrt[4]{1 - i\sqrt{3}}$, где i – мнимая единица.

Задание 6.3.4. У4(ОПК-3)

Решить уравнение $x^2 - (2+i)x + (-1+7i) = 0$, где i – мнимая единица.

6.4. Задания, направленные на формирование профессиональных навыков, владений

Задание 6.4.1. В1(ОПК-3)

Векторное пространство V порождено системой векторов: $\vec{a}_1 = (1; 1; 1)$;

$\vec{a}_2 = (0; 2; 3)$; $\vec{a}_3 = (0; 0; 1)$; $\vec{a}_4 = (1; 3; 4)$. Найдите базис и размерность V .

Задание 6.4.2. В2(ОПК-3)

Найдите базис и размерность векторного пространства $(L; \mathbb{R}; +; *)$ над полем

\mathbb{R} , где $L = \{(\alpha; 0; 0; \beta)\}; \alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Задание 6.4.3. В3(ОПК-3)

Вычислить $\sqrt[3]{1 + i\sqrt{3}}$, где i – мнимая единица.

Задание 6.4.4. В4(ОПК-3)

Вычислить $(1 + i)^{127}$, где i – мнимая единица.

Соотношение заданий с формируемыми показателями обучения

Формируемая компетенция	Показатели сформированности компетенции	Задания, направленные на: - приобретение новых знаний, углубления и закрепления ранее приобретенных знаний; - формирование профессиональных умений и навыков ФОС текущего контроля
ОПК-3 Способность выбрать инструментальные	Владеть: -навыками выбора инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; В1(ОПК-3)	Задание 6.4.1. В1(ОПК-3) Задание 6.4.2. В2(ОПК-3) Задание 6.4.3. В3(ОПК-3) Задание 6.4.4. В4(ОПК-3)

<p>средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты и обосновать полученные выводы.</p>	<p>-навыками анализа результатов и обоснования полученных выводов при обработке экономических данных; В2(ОПК-3) -методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов; В3(ОПК-3) - владение навыками логического мышления для выработки системного взгляда на проблемы профессиональной деятельности; В4(ОПК-3)</p>	
	<p>Уметь: -применять инструментальные средства, используемые для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; У1(ОПК-3) -анализировать результаты и обосновывать полученные выводы при обработке экономических данных в соответствии с поставленной задачей; У2(ОПК-3) -применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач; У3(ОПК-3) -ясно и непротиворечиво использовать понятийный аппарат; У4(ОПК-3)</p>	<p>Задание 6.3.1. У1(ОПК-3) Задание 6.3.2. У2(ОПК-3) Задание 6.3.3. У3(ОПК-3) Задание 6.3.4. У4(ОПК-3)</p>
	<p>Знать: - инструментальные средства, используемые для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; З1(ОПК-3) - способы анализа результатов и обоснования полученных выводов при обработке экономических данных в соответствии с поставленной задачей; З2 (ОПК-3) -основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач; З3 (ОПК-3) - различные приемы и операции, используемые при формировании понятий, в процессе рассуждения и умозаключения, а также правил употребления языковых выражений; З4 (ОПК-3)</p>	<p>Задание 6.2.1. З1(ОПК-3) Задание 6.2.2. З2(ОПК-3) Задание 6.2.3. З3(ОПК-3) Задание 6.2.4. З4(ОПК-3)</p>

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Средства оценивания в ходе текущего контроля:

7.1.1 Задания для оценки знаний

7.1.1.1 Тестовые задания (ОПК-3)

Вариант 1

- 1) Даны множества $A = \{2; 3; 7; 9; 11; 17\}$ и $B = \{1; 3; 7; 10; 12; 17\}$. $A \setminus B = \dots$
 - а) $\{1; 0; -1\}$; б) $\{2; 9; 11\}$; в) $\{1; 10; 12\}$; г) $\{1; 9; 11; 12\}$.
- 2) Даны множества $A = \{2; 3\}$ и $B = \{1; 3; 7\}$. $A \times B = \dots$
 - а) $\{(2;3); (3;3); (3;7); (3;1); (1;3); (3;7)\}$; б) $\{(7;1); (2;3); (2;7); (7;7); (3;3); (3;7)\}$;
 - в) $\{(2;1); (2;3); (2;7); (3;1); (3;3); (3;7)\}$; г) $\{(2;1); (2;3); (3;1); (3;3); (3;7)\}$.
- 3) Отношением *эквивалентности* называется бинарное отношение, если оно ...
 - а) рефлексивно, симметрично и транзитивно;
 - б) рефлексивно и асимметрично;
 - в) антирефлексивно, симметрично и транзитивно;
 - г) рефлексивно, антисимметрично и транзитивно.
- 4) Отношением *порядка* называется бинарное отношение, если оно ...
 - а) рефлексивно и связно;

- б) рефлексивно, асимметрично и транзитивно;
 в) антирефлексивно и симметрично;
 г) антисимметрично и транзитивно.
- 5) Операция деления на множестве рациональных чисел ...
 а) определена; б) не выполнима; в) ассоциативна; г) дистрибутивна.
- 6) Операция умножения на множестве целых чисел ...
 а) не определена; б) не коммутативна; в) определена; г) дистрибутивна.
- 7) Множество целых чисел относительно умножения является ...
 а) кольцом; б) группой; в) алгеброй; г) полукольцом.
- 8) Множество рациональных чисел относительно сложения и умножения является:
 а) группой; б) полем; в) некоммутативным кольцом; г) лесом.
- 9) $\sqrt[3]{1+i}$, где i – мнимая единица, равен:
 а) $\sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{\pi/4+2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/4+2\pi k}{3} \right)$, $k = 0; 1; 2$.
 б) $\sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{\pi/4+2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/4+2\pi k}{3} \right)$, $k = 0; 1; 2$.
 в) $\sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{\pi+2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi+2\pi k}{3} \right)$, $k = 0; 1; 2$.
 г) $\sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{\pi/4+2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/4+2\pi k}{3} \right)$, $k = 0; 1; 2$.
- 10) Тригонометрическая форма комплексного числа $-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$ имеет вид:
 а) $\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$; б) $\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{6}$; в) $2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ г) $\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{6} - i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$.
- 11) $(G; *)$ – называется группой, если ...
 а) $G \neq \emptyset$; $\forall (a, b \in G): a * b \in G$; $\forall (a, b, c \in G): a * (b * c) = (a * b) * c$;
 $\exists (x \in G) \forall (a \in G): a * x = x * a = a$; $\forall (a \in G) \exists (y \in G): a * y = y * a = x$.
 б) $G \neq \emptyset$; $\forall (a, b \in G): a * b \notin G$; $\forall (a, b, c \in G): a * (b * c) = (a * b) * c$;
 $\exists (x \in G) \forall (a \in G): a * x = x * a = a$; $\forall (a \in G) \exists (y \in G): a * y = y * a = x$.
 в) $G = \emptyset$; $\forall (a, b \in G): a * b \in G$; $\forall (a, b, c \in G): a * (b * c) = (a * b) * c$;
 $\exists (x \in G) \forall (a \in G): a * x = x * a = a$; $\forall (a \in G) \exists (y \in G): a * y = y * a = x$.
 г) $G \neq \emptyset$; $\forall (a, b \in G): a * b \in G$; $\forall (a, b \in G): a * b = b * a$;
 $\exists (x \in G) \forall (a \in G): a * x = x * a = a$; $\forall (a \in G) \exists (y \in G): a * y = y * a = x$.
- 12) Кольцо $(K; +; \times)$ называется гомоморфным кольцу $(K'; \oplus; \otimes)$, если ...
 а) существует отображение f множества K во множество K' и $\forall (a; b \in K):$
 $f(a + b) = f(a) + f(b)$; $f(a \times b) = f(a) \times f(b)$;
 б) существует отображение f множества K во множество K' и $\forall (a; b \in K):$
 $f(a \oplus b) = f(a) + f(b)$; $f(a \otimes b) = f(a) \times f(b)$;
 в) существует отображение f множества K во множество K' и $\forall (a; b \in K):$
 $f(a + b) = f(a) \oplus f(b)$; $f(a \times b) = f(a) \otimes f(b)$;
 г) существует отображение f множества K' во множество K и $\forall (a; b \in K')$:
 $f(a + b) = f(a) \oplus f(b)$; $f(a \times b) = f(a) \otimes f(b)$.
- 13) Бинарным отношением на множестве A называется ...
 а) подмножество $A \times A$;

- б) рефлексивное и транзитивное отношение;
 в) множество $A \times A$;
 г) множество всех упорядоченных пар.
- 14) $(P; +; \cdot)$ – называется полем, если ...
 а) $(P; +; \cdot)$ – коммутативное кольцо, в котором ноль отличен от единицы и каждый неравный нулю элемент обратим.
 б) $(P; +; \cdot)$ – коммутативное кольцо, в котором есть единица и каждый неравный нулю элемент обратим.
 в) $(P; +; \cdot)$ – некоммутативное кольцо, в котором есть единица и каждый неравный нулю элемент обратим.
 г) $(P; +; \cdot)$ – коммутативное кольцо с единицей и каждый элемент обратим.
- 15) Поле комплексных чисел ...
 а) не является числовым полем; б) является подполем поля действительных чисел;
 в) можно линейно упорядочить г) нельзя линейно упорядочить.
- 16) Если i – мнимая единица, то $i^{1993} = \dots$
 а) 1; б) $-i$; в) i ; г) $2i$.
- 17) Две системы векторов называются *эквивалентными*, если ...
 а) они обе линейно зависимы или линейно независимы;
 б) каждый вектор одной системы линейно выражается через другую систему;
 в) содержат одинаковое число векторов;
 г) обе содержат конечное число векторов.
- 18) *Размерностью* векторного пространства называется ...
 а) число базисов этого пространства;
 б) число линейно независимых векторов пространства;
 в) число векторов в базисе этого пространства;
 г) число линейных комбинаций векторов пространства.
- 19) Норма вектора определяется так:
 а) $\|\vec{a}\| = \sqrt{a}$; б) $\|\vec{a}\| = \sqrt{a \cdot \vec{a}}$; в) $\|\vec{a}\| = \vec{a} + \sqrt{a}$; г) $\|\vec{a}\| = |\vec{a}|$.
- 20) Неравенство Коши-Буняковского имеет вид:
 а) $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$; б) $|\vec{a} + \vec{b}| \leq \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$;
 в) $|\vec{a} + \vec{b}| \leq \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|$; г) $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|$.

Вариант 2

- 1) $A = \{x \mid x^2 - 9 \leq 0, x \in \mathbb{R}\}$; $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 < 0, x \in \mathbb{R}\}$. $A \setminus B$ равно:
 а) $[-2; 2] \cup \{3\}$; б) $(-3; 2]$; в) $(2; 3)$; г) $[-3; 2] \cup \{3\}$.
- 2) Скалярное произведение векторов $\vec{a} = (1; -3; 4)$ и $\vec{b} = (4; 6; -1)$ равно:
 а) 18; б) -18; в) 16; г) -15.
- 3) $(11 + 2i) : (3 - 4i)$, где i – мнимая единица, равно ... а) $2 + i$; б) $1 + 3i$; в) $3 - 2i$; г) $1 + 2i$.
- 4) Даны множества $A = \{2; 3; 7; 9; 11; 17\}$ и $B = \{1; 3; 7; 10; 12; 17\}$. $A \cap B = \dots$
 а) $\{1; 2; 3; 7; 9; 10; 11; 12; 17\}$; б) $\{2; 9; 11\}$; в) $\{1; 2; 9; 10; 11; 12\}$; г) $\{3; 7\}$.
- 5) Даны множества $A = \{2; 3; 7; 9; 11; 17\}$ и $B = \{1; 3; 7; 10; 12; 17\}$. $A \cup B = \dots$
 а) $\{1; 2; 3; 7; 9; 10; 11; 12; 17\}$; б) $\{2; 9; 11\}$; в) $\{1; 2; 9; 10; 11; 12\}$; г) $\{3; 7\}$.
- 6) Векторы $\vec{a} = (2; 7)$ и $\vec{b} = (10; 35)$ – ...

год начала подготовки 2019

- а) линейно независимы; б) линейно зависимы;
в) ортогональны; г) противоположно направлены.
- 7) Векторы $\vec{a} = (-5; 3)$ и $\vec{b} = (6; 10)$ – ...
а) сонаправлены; б) линейно зависимы;
в) ортогональны; г) противоположно направлены.
- 8) Укажите правильное утверждение:
а) всякий изоморфизм является гомоморфизмом;
б) $1+2i < 3+4i$, где $i^2 = -1$;
в) если система векторов содержит нулевой вектор, то система линейно независима;
г) отношение «кратно» на множестве натуральных чисел является транзитивным.
- 9) Евклидовым пространством называется ...
а) конечномерное векторное пространство;
б) векторное пространство, в котором введено скалярное умножение векторов;
в) векторное пространство \mathbb{R}^3 ;
г) векторное пространство, в котором любые два вектора линейно независимы.
- 10) Система векторов $\vec{a}_1; \vec{a}_2; \dots; \vec{a}_n$ называется линейно независимой, если ...
а) равенство $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{0}$ выполняется только при условии $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$;
б) равенство $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{0}$ выполняется при условии $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$;
в) равенство $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{0}$ не выполняется ни при каких условиях;
г) равенство $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{0}$ выполняется при ненулевых коэффициентах.
- 11) Неравенство треугольника имеет вид:
а) $\|\vec{a} + \vec{b}\| \leq \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$; б) $\|\vec{a} - \vec{b}\| \leq \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$;
в) $\|\vec{a} + \vec{b}\| \leq \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|$; г) $\|\vec{a} \cdot \vec{b}\| \leq \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$.
- 12) Два вектора называются ортогональными, если ...
а) они нормированы и линейно независимы;
б) их скалярное произведение равно единице;
в) их скалярное произведение равно нулю;
г) их скалярное произведение равно нулевому вектору.
- 13) Базисом системы векторов называется ...
а) такая её подсистема, которая не может быть линейно выражена через всю систему;
б) множество всех линейно зависимых векторов этой системы;
в) основное множество этой системы;
г) её линейно независимая подсистема, через которую линейно выражается каждый вектор системы.
- 14) Линейной оболочкой множества векторов называется ...
а) линейно зависимая подсистема этих векторов;
б) линейно независимая подсистема этих векторов;
в) множество всех линейных комбинаций этих векторов;
г) множество линейных преобразований этих векторов.
- 15) Полем является:
а) $(\mathbb{R}; +; \cdot)$; б) $(\mathbb{Z}; +; \cdot)$; в) $(\mathbb{N}; +; \cdot)$; г) $(\{0\}; +; \cdot)$.
- 16) Кольцо $(K; +; \times)$ называется изоморфным кольцу $(K'; \oplus; \otimes)$, если ...

- а) существует отображение f множества K на множество K' и $\forall(a; b \in K):$
 $f(a + b) = f(a) + f(b); f(a \times b) = f(a) \times f(b);$
- б) существует взаимно однозначное отображение f множества K во множество K' и $\forall(a; b \in K):$ $f(a \oplus b) = f(a) + f(b); f(a \otimes b) = f(a) \times f(b);$
- в) существует взаимно однозначное отображение f множества K на множество K' и $\forall(a; b \in K):$ $f(a + b) = f(a) \oplus f(b); f(a \times b) = f(a) \otimes f(b);$
- г) существует отображение f множества K' на множество K и $\forall(a; b \in K')::$
 $f(a + b) = f(a) \oplus f(b); f(a \times b) = f(a) \otimes f(b).$
- 17) Отношение «перпендикулярности» на множестве прямых на плоскости ...
 а) рефлексивно; б) симметрично; в) транзитивно; г) связно.
- 18) Укажите верное утверждение для числовых множеств:
 а) $N \subset Z \subset R \subset Q \subset C;$
 б) $N \subset Z \subset Q \subset R \subset C;$
 в) $N \subset Z \subset C \subset Q \subset R;$
 г) $N \subset C \subset Q \subset R \subset Z.$
- 19) Наименьшим подполем числового поля является поле...
 а) рациональных чисел; б) целых чисел;
 в) действительных чисел; г) классов вычетов по простому модулю.
- 20) $(N; +; \cdot)$ является ...
 а) кольцом; б) группой; в) полукольцом; г) полугруппой.

Вариант 3

- 1) Даны множества $A = \{2; 3; 7; 9; 11; 17\}$ и $B = \{1; 3; 7; 10; 12; 17\}$. $A \setminus B = \dots$
 а) $\{1; 0; -1\};$ б) $\{2; 9; 11\};$ в) $\{1; 10; 12\};$ г) $\{1; 9; 11; 12\}.$
- 2) Даны множества $A = \{2; 3\}$ и $B = \{1; 3; 7\}$. $A \times B = \dots$
 а) $\{(2; 3); (3; 3); (3; 7); (3; 1); (1; 3); (3; 7)\};$ б) $\{(7; 1); (2; 3); (2; 7); (7; 7); (3; 3); (3; 7)\};$
 в) $\{(2; 1); (2; 3); (2; 7); (3; 1); (3; 3); (3; 7)\};$ г) $\{(2; 1); (2; 3); (3; 1); (3; 3); (3; 7)\}.$
- 3) Отношением *эквивалентности* называется бинарное отношение, если оно ...
 а) рефлексивно, симметрично и транзитивно;
 б) рефлексивно и асимметрично;
 в) антирефлексивно, симметрично и транзитивно;
 г) рефлексивно, антисимметрично и транзитивно.
- 4) Отношением *порядка* называется бинарное отношение, если оно ...
 а) рефлексивно и связно;
 б) рефлексивно, асимметрично и транзитивно;
 в) антирефлексивно и симметрично;
 г) антисимметрично и транзитивно.
- 5) Операция деления на множестве рациональных чисел ...
 а) определена; б) не выполнима; в) ассоциативна; г) дистрибутивна.
- 6) Операция умножения на множестве целых чисел ...
 а) не определена; б) не коммутативна; в) определена; г) дистрибутивна.
- 7) Множество целых чисел относительно умножения является ...
 а) кольцом; б) группой; в) алгеброй; г) полукольцом.
- 8) Множество рациональных чисел относительно сложения и умножения является:
 а) группой; б) полем; в) некоммутативным кольцом; г) лесом.
- 9) $\sqrt[3]{1 + i}$, где i – мнимая единица, равен:
 а) $\sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{\pi/4 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/4 + 2\pi k}{3} \right), k = 0; 1; 2.$

б) $\sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{\pi/4 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/4 + 2\pi k}{3} \right)$, $k = 0; 1; 2$.

в) $\sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{\pi + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi + 2\pi k}{3} \right)$, $k = 0; 1; 2$.

г) $\sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{\pi/4 + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi/4 + 2\pi k}{3} \right)$, $k = 0; 1; 2$.

10) Тригонометрическая форма комплексного числа $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ имеет вид:

а) $\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$; б) $\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{6}$; в) $2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ г) $\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{6} - i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$.

11) $A = \{x \mid x^2 - 9 \leq 0, x \in \mathbb{R}\}$; $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 < 0, x \in \mathbb{R}\}$. $A \setminus B$ равно:

а) $[-2; 2] \cup \{3\}$; б) $(-3; 2]$; в) $(2; 3)$; г) $[-3; 2] \cup \{3\}$.

12) Скалярное произведение векторов $\vec{a} = (1; -3; 4)$ и $\vec{b} = (4; 6; -1)$ равно:

а) 18; б) -18; в) 16; г) -15.

13) $(11 + 2i) : (3 - 4i)$, где i – мнимая единица, равно ... а) $2 + i$; б) $1 + 3i$; в) $3 - 2i$; г) $1 + 2i$.

14) Даны множества $A = \{2; 3; 7; 9; 11; 17\}$ и $B = \{1; 3; 7; 10; 12; 17\}$. $A \cap B = \dots$

а) $\{1; 2; 3; 7; 9; 10; 11; 12; 17\}$; б) $\{2; 9; 11\}$; в) $\{1; 2; 9; 10; 11; 12\}$; г) $\{3; 7\}$.

15) Даны множества $A = \{2; 3; 7; 9; 11; 17\}$ и $B = \{1; 3; 7; 10; 12; 17\}$. $A \cup B = \dots$

а) $\{1; 2; 3; 7; 9; 10; 11; 12; 17\}$; б) $\{2; 9; 11\}$; в) $\{1; 2; 9; 10; 11; 12\}$; г) $\{3; 7\}$.

16) Векторы $\vec{a} = (2; 7)$ и $\vec{b} = (10; 35)$ – ...

а) линейно независимы; б) линейно зависимы;
в) ортогональны; г) противоположно направлены.

17) Векторы $\vec{a} = (-5; 3)$ и $\vec{b} = (6; 10)$ – ...

а) сонаправлены; б) линейно зависимы;
в) ортогональны; г) противоположно направлены.

18) Укажите правильное утверждение:

- а) всякий изоморфизм является гомоморфизмом;
б) $1 + 2i < 3 + 4i$, где $i^2 = -1$;
в) если система векторов содержит нулевой вектор, то система линейно независима;
г) отношение «кратно» на множестве натуральных чисел является транзитивным.

19) Евклидовым пространством называется ...

- а) конечномерное векторное пространство;
б) векторное пространство, в котором введено скалярное умножение векторов;
в) векторное пространство \mathbb{R}^3 ;
г) векторное пространство, в котором любые два вектора линейно независимы.

20) Система векторов $\vec{a}_1; \vec{a}_2; \dots; \vec{a}_n$ называется линейно независимой, если ...

а) равенство $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{0}$ выполняется только при условии $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$;

б) равенство $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{0}$ выполняется при условии $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$;

в) равенство $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{0}$ не выполняется ни при каких условиях;

г) равенство $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{0}$ выполняется при ненулевых коэффициентах.

Вариант 4 (ЛинАлг)

- 1) $(G; *)$ – называется группой, если ...
 - а) $G \neq \emptyset$; $\forall(a, b \in G): a * b \in G$; $\forall(a, b, c \in G): a * (b * c) = (a * b) * c$;
 $\exists(x \in G) \forall(a \in G): a * x = x * a = a$; $\forall(a \in G) \exists(y \in G): a * y = y * a = x$.
 - б) $G \neq \emptyset$; $\forall(a, b \in G): a * b \notin G$; $\forall(a, b, c \in G): a * (b * c) = (a * b) * c$;
 $\exists(x \in G) \forall(a \in G): a * x = x * a = a$; $\forall(a \in G) \exists(y \in G): a * y = y * a = x$.
 - в) $G = \emptyset$; $\forall(a, b \in G): a * b \in G$; $\forall(a, b, c \in G): a * (b * c) = (a * b) * c$;
 $\exists(x \in G) \forall(a \in G): a * x = x * a = a$; $\forall(a \in G) \exists(y \in G): a * y = y * a = x$.
 - г) $G \neq \emptyset$; $\forall(a, b \in G): a * b \in G$; $\forall(a, b \in G): a * b = b * a$;
 $\exists(x \in G) \forall(a \in G): a * x = x * a = a$; $\forall(a \in G) \exists(y \in G): a * y = y * a = x$.
- 2) Кольцо $(K; +; \times)$ называется гомоморфным кольцу $(K'; \oplus; \otimes)$, если ...
 - а) существует отображение f множества K во множество K' и $\forall(a, b \in K):$
 $f(a + b) = f(a) + f(b)$; $f(a \times b) = f(a) \times f(b)$;
 - б) существует отображение f множества K во множество K' и $\forall(a, b \in K):$
 $f(a \oplus b) = f(a) + f(b)$; $f(a \otimes b) = f(a) \times f(b)$;
 - в) существует отображение f множества K во множество K' и $\forall(a, b \in K):$
 $f(a + b) = f(a) \oplus f(b)$; $f(a \times b) = f(a) \otimes f(b)$;
 - г) существует отображение f множества K' во множество K и $\forall(a, b \in K')$:
 $f(a + b) = f(a) \oplus f(b)$; $f(a \times b) = f(a) \otimes f(b)$.
- 3) Бинарным отношением на множестве A называется ...
 - а) подмножество $A \times A$; б) рефлексивное и транзитивное отношение;
 - в) множество $A \times A$; г) множество всех упорядоченных пар.
- 4) $(P; +; \cdot)$ – называется полем, если ...
 - а) $(P; +; \cdot)$ – коммутативное кольцо, в котором ноль отличен от единицы и каждый неравный нулю элемент обратим.
 - б) $(P; +; \cdot)$ – коммутативное кольцо, в котором есть единица и каждый неравный нулю элемент обратим.
 - в) $(P; +; \cdot)$ – некоммутативное кольцо, в котором есть единица и каждый неравный нулю элемент обратим.
 - г) $(P; +; \cdot)$ – коммутативное кольцо с единицей и каждый элемент обратим.
- 5) Поле комплексных чисел ...
 - а) не является числовым полем; б) является подполем поля действительных чисел;
 - в) можно линейно упорядочить г) нельзя линейно упорядочить.
- 6) Если i – мнимая единица, то $i^{1993} = \dots$ а) 1; б) $-i$; в) i ; г) $2i$.
- 7) Две системы векторов называются *эквивалентными*, если ...
 - а) они обе линейно зависимы или линейно независимы;
 - б) каждый вектор одной системы линейно выражается через другую систему;
 - в) содержат одинаковое число векторов; г) обе содержат конечное число векторов.
- 8) *Размерностью* векторного пространства называется ...
 - а) число базисов этого пространства;
 - б) число линейно независимых векторов пространства;
 - в) число векторов в базисе этого пространства;
 - г) число линейных комбинаций векторов пространства.
- 9) Норма вектора определяется так:

- а) $\|\vec{a}\| = \sqrt{\vec{a}}$; б) $\|\vec{a}\| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$; в) $\|\vec{a}\| = \vec{a} + \sqrt{\vec{a}}$; г) $\|\vec{a}\| = |\vec{a}|$.
- 10) Неравенство Коши-Буняковского имеет вид:
- а) $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$; б) $|\vec{a} + \vec{b}| \leq \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$;
- в) $|\vec{a} + \vec{b}| \leq \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|$; г) $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|$.
- 11) Неравенство треугольника имеет вид:
- а) $\|\vec{a} + \vec{b}\| \leq \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$; б) $\|\vec{a} - \vec{b}\| \leq \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$;
- в) $\|\vec{a} + \vec{b}\| \leq \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|$; г) $\|\vec{a} \cdot \vec{b}\| \leq \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$.
- 12) Два вектора называются ортогональными, если ...
- а) они нормированы и линейно независимы;
- б) их скалярное произведение равно единице;
- в) их скалярное произведение равно нулю;
- г) их скалярное произведение равно нулевому вектору.
- 13) Базисом системы векторов называется ...
- а) такая её подсистема, которая не может быть линейно выражена через всю систему;
- б) множество всех линейно зависимых векторов этой системы;
- в) основное множество этой системы;
- г) её линейно независимая подсистема, через которую линейно выражается каждый вектор системы.
- 14) Линейной оболочкой множества векторов называется ...
- а) линейно зависимая подсистема этих векторов;
- б) линейно независимая подсистема этих векторов;
- в) множество всех линейных комбинаций этих векторов;
- г) множество линейных преобразований этих векторов.
- 15) Полем является: а) $(R; +; \cdot)$; б) $(Z; +; \cdot)$; в) $(N; +; \cdot)$; г) $(\{0\}; +; \cdot)$.
- 16) Кольцо $(K; +; \times)$ называется изоморфным кольцу $(K'; \oplus; \otimes)$, если ...
- а) существует отображение f множества K на множество K' и $\forall (a; b \in K)$:
 $f(a + b) = f(a) + f(b)$; $f(a \times b) = f(a) \times f(b)$;
- б) существует взаимно однозначное отображение f множества K во множество K' и $\forall (a; b \in K)$: $f(a \oplus b) = f(a) + f(b)$; $f(a \otimes b) = f(a) \times f(b)$;
- в) существует взаимно однозначное отображение f множества K на множество K' и $\forall (a; b \in K)$: $f(a + b) = f(a) \oplus f(b)$; $f(a \times b) = f(a) \otimes f(b)$;
- г) существует отображение f множества K' на множество K и $\forall (a; b \in K')$:
 $f(a + b) = f(a) \oplus f(b)$; $f(a \times b) = f(a) \otimes f(b)$.
- 17) Отношение «перпендикулярности» на множестве прямых на плоскости ...
- а) рефлексивно; б) симметрично; в) транзитивно; г) связно.
- 18) Укажите верное утверждение для числовых множеств:
- а) $N \subset Z \subset R \subset Q \subset C$; б) $N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$;
- в) $N \subset Z \subset C \subset Q \subset R$; г) $N \subset C \subset Q \subset R \subset Z$.
- 19) Наименьшим подполем числового поля является поле ...
- а) рациональных чисел; б) целых чисел;
- в) действительных чисел; г) классов вычетов по простому модулю.
- 20) $(N; +; \cdot)$ является ... а) кольцом; б) группой; в) полукольцом; г) полугруппой.

№	Показатели сформированности компетенции	ФОС текущего контроля (тестовые задания)
1.	31(ОПК-3).	Вариант1, 1-20
2.	32(ОПК-3).	Вариант2, 1-20
3.	33(ОПК-3).	Вариант3, 1-20
4.	34(ОПК-3).	Вариант4, 1-20

7.1.2 Задания для оценки умений

7.1.2.1 Примерные темы сообщений (ОПК-3)

Сообщения (устная форма) позволяет глубже ознакомиться с отдельными, наиболее важными и интересными процессами, осмыслить, увидеть их сложность и особенности.

1. Множества.
2. Алгебры.
3. Комплексные числа.
4. Векторные пространства.

№	Показатели сформированности компетенции	ФОС текущего контроля (тематика сообщений)
1.	У1(ОПК-1)	1
2.	У2(ОПК-1)	2
3.	У3(ОПК-1)	3
4.	У4(ОПК-1)	4

7.1.3 Задания для оценки навыков, владений, опыта деятельности

7.2.3.1 Задачи по дисциплине(ОПК-3)

- 1) Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} 7x_1 + 8x_2 = 9; \\ 6x_1 - 5x_2 = 4. \end{cases}$$

- 2) Вычислить определитель:
$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 1 \end{vmatrix}.$$

- 3) Вычислить определитель:
$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & -3 & 2 \\ 4 & -3 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

- 4) Найти обратную матрицу для матрицы:
$$\begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -8 & -1 \end{bmatrix}.$$

- 5) Вычислить ранг матрицы:
$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}.$$

- 6) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10; \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 11; \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 12. \end{cases}$$

- 7) Найти матрицу линейного оператора φ , заданного в пространстве R^3 правилом:
 $\forall(\vec{x} = (\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3) \in R^3) : \varphi(\vec{x}) = (\alpha_1 + 2\alpha_2; 2\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3; 3\alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3)$, относительно

естественного базиса.

- 8) Найти матрицу перехода от базиса $\vec{a}_1 = (1;2)$; $\vec{a}_2 = (0;1)$ к базису $\vec{b}_1 = (3;4)$; $\vec{b}_2 = (-1;2)$ пространства R^2 .
- 9) Найти собственные значения линейного оператора, заданного в пространстве R^2

матрицей: $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

- 10) Найти произведение матриц: $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 0 \\ -7 & 1 \end{bmatrix}$.

- 11) Вычислить ранг матрицы: $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 7 & -4 & 7 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

- 12) Линейный оператор φ в пространстве R^3 имеет матрицу $\begin{bmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & 4 & 7 \end{bmatrix}$ относительно

естественного базиса. Найти $\varphi(\vec{x})$, если $\vec{x} = (-3;2;6)$.

- 13) Привести к каноническому виду квадратичную форму: $f(x_1; x_2) = 5x_1^2 + 8x_1x_2 + 5x_2^2$.

- 14) Найти норму арифметического вектора $(-2; 5; -3; 4; 7)$.

- 15) Исследовать на линейную зависимость систему арифметических векторов:

- 16) Вычислить: $\sqrt[3]{1-i}$, где $i^2 = -1$.

- 17) Выполнить действия: $(5 + 7i) : (2 - 3i)$, где $i^2 = -1$.

- 18) Для множеств $A; B; C$ доказать равенство: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

- 19) Найти $A \cap B$; $A \cup B$; $A \setminus B$, если $A = \{5; 8; 9; 11\}$; $B = \{4; 8; 10; 11\}$.

- 20) Изобразить на комплексной плоскости множество чисел z , удовлетворяющих условию: $|z - i| > 3$.

- 21) Доказать методом математической индукции: $\forall (n \in N): (10^n + 18n - 28) : 27$.

- 22) Доказать, что множество целых чисел, кратных 4, образует группу относительно операции сложения.

- 23) Доказать методом математической индукции:

$$\forall (n \in N): 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

№	Показатели сформированности компетенции	ФОС итогового контроля (задачи по дисциплине)
1.	B1(ОПК-3)	1-6
2.	B2(ОПК-3).	7-12
3.	B3(ОПК-3).	13-18
4.	B4(ОПК-3).	19-23

7.2 ФОС для текущего контроля

№		Показатели сформированности компетенции	ФОС промежуточного контроля (вопросы к зачёту, экзамену)
1.	ОПК-3 Способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в	31(ОПК-3).	1-4, 1-6
2.		32(ОПК-3).	5-8, 7-12
3.		33(ОПК-3).	9-12, 13-18
4.		34(ОПК-3).	13-20, 19-26

	соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты и обосновать полученные выводы.		
--	--	--	--

7.3. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, в процессе освоения образовательной программы

7.3.1 Задания для оценки знаний

Вопросы к зачету (ОПК-3)

- 1) Множество. Подмножество. Операции над множествами и их основные свойства. Диаграммы Эйлера-Венна.
- 2) Понятие упорядоченной пары. Прямое произведение двух (нескольких) множеств. Бинарные (n-арные) отношения. Представление конечных бинарных отношений графами.
- 3) Отношение эквивалентности; разбиение множества на классы эквивалентности, фактор-множество.
- 4) Отношение порядка. Понятие функции (отображения). Композиция функций.
- 5) Алгебраические операции. Понятие алгебры как множества с алгебраическими операциями. Подалгебры. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр.
- 6) Полукольцо натуральных чисел. Метод математической индукции. 7) Понятие группы, кольца. Подкольца. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец.
- 8) Поле, примеры полей. Поле рациональных чисел.
- 9) Понятие алгебраической системы как множества с операциями и отношениями. Упорядоченное поле.
- 10) Система действительных чисел; простейшие свойства действительных чисел.
- 11) Поле комплексных чисел. Понятие числового поля; наименьшее подполе числового поля. Геометрическое представление комплексных чисел.
- 12) Тригонометрическая форма комплексного числа.
- 13) Понятие векторного пространства, примеры; арифметическое векторное пространство.
- 14) Подпространство; линейная оболочка множества векторов. Сумма и прямая сумма подпространств. Понятие линейного многообразия.
- 15) Линейная зависимость и независимость системы векторов. Эквивалентные системы векторов.
- 16) Базис и ранг системы векторов. Координатная строка (столбец) вектора относительно данного базиса.
- 17) Размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.
- 18) Евклидово векторное пространство.
- 19) Ортогональная система векторов. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса, процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение к подпространству.
- 20) Норма вектора. Неравенство Коши-Буняковского.

Ортонормированный базис евклидова пространства.

Вопросы к экзамену (ОПК-3)

- 1) Матрицы. Операции над матрицами, их свойства.
- 2) Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду; вычисление ранга матрицы.
- 3) Обратимые матрицы. Элементарные матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.
- 4) Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей.
- 5) Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
- 6) Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы.
- 7) Вычисление обратной матрицы при помощи присоединённой.
- 8) Системы линейных уравнений. Понятие следствия системы уравнений. Равносильные системы уравнений и элементарные преобразования системы. Векторная форма записи линейных уравнений.
- 9) Система однородных линейных уравнений; условия существования нетривиальных решений. Пространство решений системы однородных уравнений, его базис.
- 10) Неоднородная система линейных уравнений; линейное многообразие решений.
- 11) Критерий совместности системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
- 12) Запись и решение системы n линейных уравнений с n переменными в матричной форме.
- 13) Правило Крамера. Условие, при котором однородная система n однородных линейных уравнений с n переменными имеет нетривиальные решения.
- 14) Линейные отображения векторных пространств; примеры. Ядро и образ линейного отображения.
- 15) Матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами векторов \vec{x} и $\varphi(\vec{x})$.
- 16) Связь между координатными столбцами вектора относительно различных базисов. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов; подобие матриц.
- 17) Сопряжённый оператор. Сопряжённая матрица. Самосопряжённые операторы и симметричные матрицы.
- 18) Ортогональные матрицы. Обратимые линейные операторы.
- 19) Понятие линейной алгебры; примеры. Алгебра линейных операторов векторного пространства. Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры.
- 20) Собственные векторы и собственные значения. Характеристическое уравнение.
- 21) Линейные операторы с простым спектром. Условия, при которых матрица подобна диагональной матрице.
- 22) Понятие о квадратичных формах. Приведение квадратичной

год начала подготовки 2019

- формы к каноническому виду.
- 23) Основные понятия систем линейных неравенств. Системы однородных линейных неравенств.
 - 24) Следствия системы однородных неравенств (теорема Минковского). Критерий несовместности системы линейных неравенств.
 - 25) Стандартные и канонические задачи линейного программирования. Допустимые и оптимальные векторы. Теорема двойственности (без доказательства).
 - 26) Понятие о симплекс-методе.

7.3.2 Задания для оценки умений.

В качестве фондов оценочных средств для оценки умений обучающегося используются задания, рекомендованные для выполнения в часы самостоятельной работы (раздел 6.2)

7.3.3 Задания для оценки навыков, владений, опыта деятельности

В качестве фондов оценочных средств для оценки навыков, владений, опыта деятельности обучающегося используются задания, рекомендованные для выполнения в часы самостоятельной работы (раздел 6.3).

8. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Литература

а) Основная

- 1) Емельянова Т.В. Линейная алгебра. Решение типовых задач [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.В. Емельянова, А.М. Кольчатова. — Электрон.текстовые данные. — Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 184 с. — 978-5-4486-0331-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74559.html>
- 2) Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Проспект, 2015. – 400с. (Гриф)
- 3) Елькин А.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Г. Елькин. — Электрон.текстовые данные. — Саратов: Вузовское образование, 2018. — 95 с. — 978-5-4487-0325-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/77939.html>

б) Дополнительная

- 4) Кремер Н.Ш., Путко И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономических специальностей: Учебник и Практикум (части I и II). – М.: Высшее образование, Юрайт-Издат, 2009. (Гриф)
- 5) Березина Н.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Березина Н.А.— Электрон.текстовые данные.— Саратов: Научная книга, 2012.— 126 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6293>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
- 6) Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: методические указания, решение типовых задач и варианты заданий — Электрон.текстовые данные.— М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 83 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/25511>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
- 7) Углирж Ю.Г. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов / Углирж Ю.Г.— Электрон.текстовые данные.— Омск: Омский государственный университет, 2013.— 148 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/24895>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

8) Федорова Е.И. Математика в примерах и задачах для студентов-социологов. Часть 1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Теория пределов. Дифференциальное исчисление [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.И. Федорова, А.С. Котюргина. — Электрон.текстовые данные. — Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2016. — 244 с. — 978-5-7779-1985-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59611.html>

9. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. ЭБС IPRbooks (АйПиАрбукс) <http://www.iprbookshop.ru>
2. Российская государственная публичная библиотека <http://elibrary.rsl.ru/>
3. Информационно-правовой портал «Гарант» www.garant.ru

10. ОБУЧЕНИЕ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Изучение данной учебной дисциплины обучающимися с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с Приказом Министерства образования и науки РФ от 9 ноября 2015 г. № 1309 «Об утверждении Порядка обеспечения условий доступности для инвалидов объектов и предоставляемых услуг в сфере образования, а также оказания им при этом необходимой помощи», «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащённости образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014г. № АК-44/05вн, «Положением о порядке обучения студентов – инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья», утвержденным приказом ректора от 6 ноября 2015 года №60/о, «Положением о службе инклюзивного образования и психологической помощи» АНО ВО «Российский новый университет» от » от 20 мая 2016 года № 187/о.

Предоставление специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится преподавателями с учетом их индивидуальных психофизиологических особенностей и специфики приема передачи учебной информации.

С обучающимися по индивидуальному плану и индивидуальному графику проводятся индивидуальные занятия и консультации.

Автор (составитель): доцент А.С. Лабузов



(подпись)

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ
«Линейная алгебра»
Для подготовки бакалавров по направлению 38.03.01 «Экономика»
(профиль «Финансы и кредит»)

Цели и задачи дисциплины.

ознакомить студентов с основными методами и понятиями линейной алгебры, необходимых для решения теоретических и практических задач экономики. Исходя из цели, в процессе изучения дисциплины решаются следующие задачи.

Компетенции студента, формируемые в результате освоения дисциплины: ОПК-3.

Ожидаемые результаты.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия линейной алгебры, необходимые для решения задач; простейшие экономические модели и задачи, основным аппаратом исследования которых служит линейная алгебра.

Уметь: применять основы линейной алгебры для решения экономических задач; выбирать методы и средства решения соответствующих задач; применять полученные знания в выбранной специальности.

Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений, процессов.

Содержание дисциплины:

Системы линейных уравнений. Элементы аналитической геометрии на прямой, плоскости и в пространстве. Определители. Системы векторов. Ранг матрицы, N – мерное линейное векторное пространство. Евклидово пространство. Линейные операторы и матрицы. Собственные векторы линейных операторов. Линейные задачи оптимизации. Основные определения и задачи линейного программирования. Симплексный метод. Теория двойственности. Дискретное программирование. Динамическое программирование. Нелинейное программирование.

**Лист внесения изменений в рабочую программу учебной дисциплины
«Линейная алгебра»**

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на 2020/2021 учебный год.
Протокол № 1 заседания кафедры ПЭ от «03» сентября 2020 г.

1. Актуализация перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины на 2020-2021 учебный год.

1.1. Пункт 8.1. Основная литература

1. Емельянова Т.В. Линейная алгебра. Решение типовых задач [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.В. Емельянова, А.М. Кольчатова. — Электрон.текстовые данные. — Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 184 с. — 978-5-4486-0331-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74559.html>
2. Татарников, О. В. Линейная алгебра и линейное программирование. Практикум : учебное пособие для академического бакалавриата / Л. Г. Бирюкова, Р. В. Сагитов ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва :Издательство Юрайт, 2019. — 53 с. — (Бакалавр.Академический курс). — ISBN 978-5-9916-9800-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/437928>

1.2. Пункт 8.2. Дополнительная литература

1. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Проспект, 2015. – 400с. (Гриф)
2. ремер Н.Ш., Путко И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономических специальностей: Учебник и Практикум (части I и II). – М.: Высшее образование, Юрайт-Издат, 2009. (Гриф)
3. Березина Н.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Березина Н.А.— Электрон.текстовые данные.— Саратов: Научная книга, 2012.— 126 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6293>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
4. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: методические указания, решение типовых задач и варианты заданий — Электрон.текстовые данные.— М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 83 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/25511>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
5. Углирж Ю.Г. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов / Углирж Ю.Г.— Электрон.текстовые данные.— Омск: Омский государственный университет, 2013.— 148 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/24895>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
6. Березина Н.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Березина Н.А.— Электрон.текстовые данные.— Саратов: Научная книга, 2012.— 126 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6293>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Зав. кафедрой



_____/Преснякова Д.В./